

## 2. Übungsblatt

**Aufgabe 1:** (3 Punkte) Sei die Sprache  $L_1$  definiert wie folgt:

$$L_1 := \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } 0100\}.$$

Geben Sie eine Typ-3-Grammatik an, die genau die Worte aus  $L_1$  erzeugt.

**Aufgabe 2:** (4 Punkte) (Klausuraufgabe Wintersemester 2009/2010)

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten  $M$  an, für den gilt:

$$L(M) = \left\{ w \in \{0,1\}^* \mid \begin{array}{l} w \text{ ist die Binärdarstellung (evtl. mit führenden Nullen) einer} \\ \text{Zahl } n \in \mathbb{N}, \text{ die durch } 3 \text{ teilbar ist} \end{array} \right\}$$

**Aufgabe 3:** (4 Punkte) Für ein Wort  $w \in \Sigma^*$  und ein Symbol  $a \in \Sigma$  sei  $|w|_a$  definiert als die Anzahl der Vorkommen von  $a$  in  $w$ . Sei nun  $L_3$  definiert als die Sprache

$$\begin{aligned} L_3 &:= \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 \equiv |w|_1 \pmod{2}\} \\ &= \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{mod}(|w|_0, 2) = \text{mod}(|w|_1, 2)\}. \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine Typ-3-Grammatik, die genau die Worte aus  $L_3$  erzeugt.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Zeigen Sie, dass zu jeder Grammatik  $G$  vom Typ  $i$  ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) eine Grammatik  $G'$  vom Typ  $i$  existiert mit folgenden Eigenschaften:

- $L(G') = L(G) \cup \{\varepsilon\}$ .
- Die Startvariable von  $G'$  kommt in keiner Produktion in  $G'$  auf der rechten Seite vor.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte) Zeigen Sie: Jede endliche Sprache ist regulär.

**Aufgabe 6:** (3 Punkte) Gegeben sei die Grammatik

$$G = (\{S, B, C\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aB|aCb, B \rightarrow bB|a|b, C \rightarrow aCb|aab\}, S).$$

Gilt  $abab \in L(G)$ ? Verwenden Sie für Ihre Argumentation den Algorithmus für das Wortproblem für Typ-1-Grammatiken.